

CD-2648

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)
EXAMINATION, 2020

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

(A-58) P. T. O.

[2]

CD-2648

Find inverse of given matrix A with the help of elementary transformation, where :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

- (ब) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए और इसकी जाति ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Reduce the following matrix in the normal form and find its rank :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

- (स) आव्यूह :

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

के अभिलाक्षणिक समीकरण को ज्ञात कीजिये और सत्यापित कीजिए कि यह A द्वारा सन्तुष्ट होता है।

(A-58)

[3]

CD-2648

Find the characteristic equation of the matrix :

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

and verify that it is satisfied by A.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि की प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

Solve the following equations with the help of elementary operations of matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

- (ब) यदि समीकरण :

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

के दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0.$$

(A-58) P. T. O.

If the sum of two roots is equal to third root of the equation :

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

then prove that :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0.$$

(स) कॉर्डन विधि द्वारा त्रिघात को हल कीजिए :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

Solve the cubic by Cardon's method :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) यदि I शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि xRy यदि $x^y = y^x$, जबकि $x, y \in I$, तो क्या सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है ?

If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by xRy if $x^y = y^x$, where $x, y \in I$ then, is the relation R an equivalence relation ?

- (ब) यदि $f : X \rightarrow Y$ तथा A और B समुच्चय Y के दो उपसमुच्चय हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$$

(A-58)

If $f : X \rightarrow Y$ and A, B are two subsets of Y , then prove that :

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$$

- (स) सिद्ध कीजिए कि किसी परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह की कोटि समूह की कोटि का भाजक होता है।

Prove that the order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) सिद्ध कीजिए कि यदि f समूह G का समूह G' में एक अन्तर्क्षेपी समाकारिता है, तो f का कर्नेल K , G का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Prove that if f is a homomorphism of a group G into group G' , then kernel K of f is a normal subgroup of G .

- (ब) समाकारिता पर द्वितीय प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove the second theorem on homomorphism.

(A-58) P. T. O.

(स) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Prove that the intersection of two subrings is a subring.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) यदि n कोई धन पूर्णांक है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$$

If n is any positive integer, then prove that :

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$$

(ब) यदि :

$$\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

If:

$$\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$$

prove that :

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan\left(i \log \frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

Prove that :

$$\tan\left(i \log \frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$